

Օդատեսիլների (միրաժների) առաջացումը մթնոլորտում

Քոչարյան Վիլեն

DOI: <https://doi.org/10.58726/27382923-2026.1ns-8>

Հանգուցային բառեր. *ռեֆրակցիայի երևույթ, փոփոխական բեկման ցուցիչ, Ֆերմայի սկզբունք, էյլերի առնչություն, լուսային ճառագայթի հետագծի հավասարում, պարաբոլային հետագիծ*

Ներածություն

Մթնոլորտում դիտվող բազմազան օպտիկական երևույթները պայմանավորված են ինչպես մթնոլորտում օդի բեկման ցուցիչի փոփոխություններով, այնպես էլ լույսի տարածման ընթացքում լույսի կլանումով և ցրումով:

Բարոմետրական բանաձևից հետևում է, որ Երկրի մակերևույթից ունեցած բարձրությունից և ջերմաստիճանից կախված՝ մթնոլորտում օդի խտությունը սահուն փոփոխվում է: Հետևաբար, մթնոլորտում խտության նորմալ բաշխման դեպքում պետք է դիտվի ռեֆրակցիայի երևույթը, երբ երկնային լուսատուներից հորիզոնի նկատմամբ ինչ-որ անկյան տակ եկող լույսի ճառագայթը անընդհատ փոխում է իր ուղղությունը և դիտողին է հասնում սովորաբար ավելի մեծ անկյան տակ [2, 247]:

Այն դեպքերում, երբ օդի ջերմաստիճանը բարձրությունից կախված կտրուկ փոփոխվում է, օրինակ, երբ Երկրի մակերևույթին այն ցածր է (բարձր է) և բարձրության հետ անոմալ աճում է (սվազում է), ապա կարող են տեղի ունենալ մթնոլորտային ռեֆրակցիայի անոմալ երևույթներ, որոնք առաջացնում են օդատեսիլներ (միրաժներ): Երբ բարձրության հետ օդի ջերմաստիճանը աճում է, իսկ խտությունը՝ նվազում, օդի բեկման ցուցիչը փոքրանում է, նկատվում է վերին օդատեսիլ, և Երկրի մակերևույթի առարկաները թվում են մակերևույթից բարձրացված, երբեմն նաև բարձրացված և շրջված:

Երբ օդի ներքին շերտերի ջերմաստիճանը ավելի բարձր է, քան վերին շերտերում (ինչը հիմնականում տեղի ունի անապատներում), դիտվում է ներքին օդատեսիլ: Այս դեպքերում որոշ բարձրության վրա գտնվող դիտողին լույսի աղբյուրը կամ առարկաները թվում են Երկրի մակերևույթի վրա [2, 248]:

Երկրի մակերևույթից հաշված մի քանի կմ բարձրություններում (տրոպոսֆերայում) կիրառելի է բարոմետրական բանաձևը, ընդ որում՝ օդի մասնիկները հիմնականում լիցքավորված չեն, մթնոլորտն ընդունվում է որպես աննշան կլանումով, մեկին մոտ բեկման n ցուցիչով դիէլեկտրիկ, այսինքն՝ կարող ենք ընդունել, որ օդի ε դիէլեկտրիկ թափանցելիությունը $\varepsilon = n^2$ [4, 274]:

Այս պայմաններում դիէլեկտրիկների համար Կլաուզիուս-Մոսոտտիի հայտնի

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{1}{3} N\beta \tag{1}$$

բանաձևը [3, 254], որտեղ N -ը մասնիկների (դիպոլների) կոնցենտրացիան է, β -ն՝ դիպոլների բևեռացվելիությունը, կարող ենք ներկայացնել $\frac{n^2-1}{n^2+2} = \frac{1}{3} N\beta$ տեսքով և հաշվի առնելով, որ $n \approx 1$ և $N = N_U \frac{d}{\mu}$ (N_U -Ավոգադրոյի թիվն է, d և μ օդի խտությունը և մոլյար զանգվածը), կստանանք

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \frac{\mu}{d} = \frac{1}{3} N_U \beta = \frac{(n-1)(n+1)\mu}{n^2 + 2} \frac{1}{d} = \frac{2}{3} (n-1) \frac{\mu}{d} \text{ կամ } (n-1) \frac{\mu}{d} = \frac{N_U \beta}{2} = \text{const} \quad (2)$$

(2)-ից

$$n - 1 = c \cdot d; (c = \frac{N_U \beta}{2} = \text{const}) \quad (3)$$

Մթնոլորտում օդի d խտությունը z բարձրությունում կարելի է որոշել՝ օգտվելով բարոմետրական բանաձևից [2, 426] (որտեղ $T = \text{const}$) $d = d_0 e^{-\frac{\mu g z}{RT}} \approx d_0 \left(1 - \frac{\mu g z}{RT}\right)$, որը ստեղծարարելով (3)-ում, կստանանք

$$n - 1 = c d_0 \left(1 - \frac{\mu g z}{RT}\right) \quad (4)$$

Հետևաբար՝ կարող ենք ընդունել, որ առաջին մոտավորությամբ օդի բեկման ցուցիչը, կախված էրկրի մակերևույթից ունեցած z բարձրությունից, փոփոխվում է գծային օրենքով:

$$n = 1 + c d_0 - c d_0 \frac{\mu g z}{RT} = n_0 \left(1 - \frac{z}{b}\right) \quad (5)$$

(5)-ում $n_0 = (1 + c d_0)$ և $b = \frac{1 + c d_0}{c d_0} \frac{RT}{\mu g}$ հաստատուններ են:

Գնահատենք b հաստատունի արժեքները: Ընդունելով Երկրի մակերևույթին օդի բեկման ցուցիչի համար $n_0 \approx 1.000315$ արժեքը ($c d_0 = 0.000315$)՝ կստանանք $b \approx \frac{1.000315 \cdot 8.31 \cdot T}{0.000315 \cdot 29.8 \cdot 10^{-3} \cdot 9.8} \approx 9,0362 \cdot T$ կմ: $T=250^{\circ}-300^{\circ}\text{C}$ միջակայքում b -ն 2500 կմ կարգի է:

Լույսի ճառագայթների ընթացքը փոփոխական բեկման ցուցիչով միջավայրում

Օգտվելով Ֆերմայի սկզբունքից [1, 250]՝ ստանանք լուսային ճառագայթների տարածման հետագծերի հավասարումը (5) գծային օրենքով փոփոխվող բեկման ցուցիչով մթնոլորտում:

$$\int dt = \int \frac{dS}{V} = \int \frac{ndS}{C} = \min \text{ կամ } \int ndS = \min \quad (6)$$

Ընդունենք, որ լույսի ճառագայթը տարածվում է XZ հարթության մեջ: Հաշվի առնելով, որ $z' = \frac{dz}{dx}$, կունենանք

$$dS = \sqrt{dx^2 + dz^2} = \sqrt{\left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + 1} dx = \sqrt{1 + z'^2} dx \quad (7)$$

(6)-ից և (7)-ից կունենանք

$$\int n(z) dS = \int n(z) \sqrt{1 + z'^2} dx = \int L(z, z', x) dx = \min \quad (7 \text{ ա})$$

որտեղ $L(z, z', x) = n(z) \sqrt{1 + z'^2}$:

(7 ա) հավասարումը հանդիսանում է Լագրանժի վարիացիոն հաշվի հավասարում, որի լուծումը պետք է բավարարի Էյլերի առնչությանը [3, 126]:

$$\frac{d}{dx} \frac{\partial L}{\partial z'} = \frac{\partial L}{\partial z} \quad (8)$$

Որոշենք $\frac{\partial L}{\partial z'}$ և $\frac{\partial L}{\partial z}$ մասնակի ածանցյալները և տեղադրենք (8)-ում.

$$\frac{\partial L}{\partial z'} = \frac{n(z)z'}{\sqrt{1+z'^2}}; \quad \frac{\partial L}{\partial t} = \sqrt{1+z'^2} \frac{dn(z)}{dz} \quad (8 \text{ ա})$$

$$\frac{d}{dx} \frac{n(z)z'}{\sqrt{1+z'^2}} = \sqrt{1+z'^2} \frac{dn(z)}{dz} \quad \text{կամ} \quad \frac{n(z)}{\sqrt{1+z'^2}} \frac{d}{dx} \frac{dz}{dx} = \sqrt{1+z'^2} \frac{dn(z)}{dz} \quad (8 \text{ բ})$$

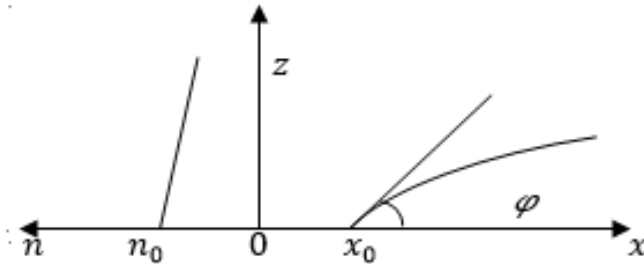
(8 բ)-ից ստացվում է լույսի ճառագայթի տարածման հետագծի հավասարումը

$$\frac{z''}{1+z'^2} = \frac{1}{n(z)} \frac{dn(z)}{dz} \quad (9)$$

Վերին և ներքին օդատեսիլներ

Ենթադրենք՝ լույսի աղբյուրը գտնվում է $x = x_0$ և $z = 0$ կոորդինատներով կետում, և լույսի ճառագայթը սկզբնակետում տարածվում է հորիզոնի նկատմամբ φ անկյան տակ (նկ. 1): Պարզ է, որ $z' = \frac{dz}{dx} = \operatorname{tg} \varphi$:

(5) բեկման ցուցիչի դեպքում $\frac{1}{n(z)} \frac{dn(z)}{dz} = \frac{1}{z-b}$, որը տեղադրելով՝ (9)-ով կստանանք



Նկար 1. Լույսի ճառագայթի բեկումը նվազող բեկման ցուցիչով մթնոլորտում

$$\frac{z''}{1+z'^2} = \frac{1}{z-b} \quad (10)$$

հավասարումը, որը բերվում է առաջին կարգի դիֆերենցիալ հավասարման $z' = p$ տեղադրումով. $z'' = p \frac{dp}{dz} = \frac{1}{2} \frac{dp^2}{dz}$: (10)-ից կստանանք

$$1 + p^2 = (z-b)^2 \cdot c \quad (11)$$

c ինտեգրման հաստատունը որոշվում է սկզբնական պայմաններից ($z = 0$ $z' = p = \operatorname{tg} \varphi$) դեպքում $c = \frac{1}{b^2 \cos^2 \varphi}$: Տեղադրելով c հաստատունի արժեքը, (11) հավասարումը կբերվի

$$1 + z'^2 = (z-b)^2 \cdot \frac{1}{b^2 \cos^2 \varphi} \quad (12)$$

տեսքի, որտեղից

$$dx = \frac{dz}{\sqrt{\left(\frac{z-b}{bcos\varphi}\right)^2 - 1}} \quad (13)$$

(13)-ի լուծումից կստանանք

$$\frac{z-b}{bcos\varphi} + \sqrt{\left(\frac{z-b}{bcos\varphi}\right)^2 - 1} = e^{\frac{x}{bcos\varphi}} \cdot c' \quad (14)$$

c' ինտեգրման հաստատունը որոշվում է $z = 0$; $x = x_0$ սկզբնական պայմանից

$$c' = \frac{sin\varphi - 1}{cos\varphi} e^{-\frac{x_0}{bcos\varphi}} \quad (14 \text{ ա})$$

Հաշվի առնելով (14 ա)-ն, (14) լուծումը ներկայացնենք

$$z - b + \sqrt{(z-b)^2 - b^2 \cos^2 \varphi} = b(sin\varphi - 1) e^{\frac{x-x_0}{bcos\varphi}} \quad (15)$$

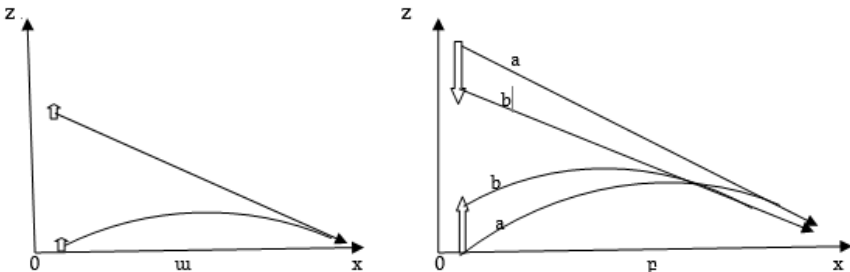
տեսքով, որտեղից կստանանք լույսի ճառագայթի տարածման հետագծի հավասարումը.

$$z = b \left(1 - ch \frac{x-x_0}{bcos\varphi} + sin\varphi sh \frac{x-x_0}{bcos\varphi} \right) \quad (16)$$

Փոքր φ անկյունների դեպքում կարող ենք ընդունել $cos \varphi \approx 1$, $sin\varphi \approx \varphi$ և հաշվի առնելով, որ b գործակիցը շատ մեծ է $(x - x_0)$ -ից, հիպերբոլական ֆունկցիաները ներկայացնելով $sh \frac{x-x_0}{bcos\varphi} \approx \frac{x-x_0}{b}$ և $ch \frac{x-x_0}{b} \approx 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x-x_0}{b} \right)^2$ մոտավորությամբ, (16)-ից կստանանք, որ լույսի ճառագայթի տարածման հետագիծը պարաբոլ է

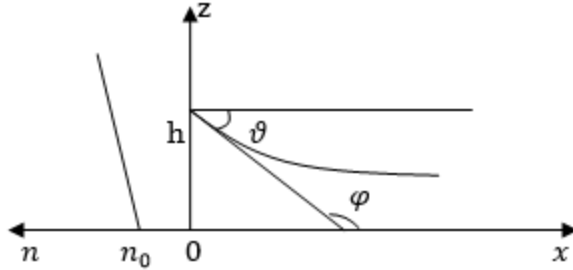
$$z = \varphi(x - x_0) - \frac{(x - x_0)^2}{2b} \quad (17)$$

(17)-ից հետևում է, որ դիտորդից մեծ հեռավորության վրա գտնվող առարկաները (շատ փոքր φ անկյունների համար) թվում են Երկրի մակերևույթից բարձրացած (առաջանում է վերին օդատեսիլ, նկ. 2 ա): Ճառագայթների տարածման համեմատաբար մեծ φ անկյունների դեպքում հնարավոր է, որ առարկաները երևան նաև շրջված (նկ. 2բ):



Նկար 2. Վերին օդատեսիլի առաջացում

Ներքին օդատեսիլների դեպքում, երբ օդի բեկման ցուցիչը բարձրությունից կախված մեծանում է, (5) բանաձևը պետք է ներկայացնել $n = n_0 \left(1 + \frac{z}{b}\right)$ տեսքով և (9) հավասարումը լուծել $x = 0$, $z = h$, $z' = tg\varphi = -tg\vartheta$ ($\vartheta = \pi - \varphi$) սկզբնական պայմանների համար (նկ. 3):



Նկար 3. Լույսի ճառագայթի բեկումը աճող բեկման ցուցիչով մթնոլորտում

Ներքին օդատեսիլի դեպքում տրված սկզբնական պայմաններում ստանում ենք լույսի ճառագայթի տարածման հետագծի համար հետևյալ արտահայտությունը.

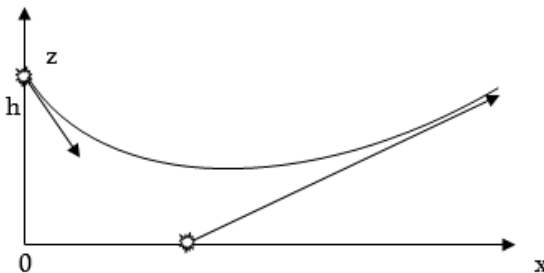
$$z = -b + (b + h) \left[ch \frac{x}{(b + h)\cos\varphi} + \sin\varphi sh \frac{x}{(b + h)\cos\varphi} \right] \quad (18)$$

(18) արտահայտության մեջ հարմար է φ անկյան փոխարեն օգտվել $\vartheta = \pi - \varphi$ անկյունից ($\cos\varphi = -\cos\vartheta$; $tg\varphi = -tg\vartheta$): Նորից համարելով, որ ϑ անկյունը փոքր է և $b \gg x$, օգտվենք հիպերբոլական ֆունկցիաների համար մոտավորություններից, կստանանք

$$(\cos\vartheta \approx 1, \sin\varphi = \sin\vartheta \approx tg\vartheta \approx \vartheta)$$

$$z = h - \vartheta x + \frac{x^2}{2(b + h)} \quad (19)$$

Ստացանք, որ այս դեպքում ևս փոքր անկյունների համար լույսի ճառագայթը տարածվում է պարաբոլային հետագծով, և լույսի աղբյուրը (առարկան) դիտողին թվում է Երկրի մակերևույթի վրա (նկար 4):



Նկար 4. Ներքին օդատեսիլի առաջացում

Եզրակացություններ

1. Հաշվի առնելով, որ մթնոլորտում օդի բեկման ցուցիչի արժեքը մոտ է մեկին և էապես չի փոփոխվում, այն կարող ենք ներկայացնել Երկրի մակերևույթից ունեցած բարձրությունից կախված գծային ֆունկցիայով:
2. Փոփոխական բեկման ցուցիչով միջավայրում լույսի ճառագայթների ընթացքը նկարագրվում է երկրորդ կարգի դիֆերենցիալ հավասարումով:
3. Գծային օրենքով փոփոխվող բեկման ցուցիչով մթնոլորտում լույսի ճառագայթը անընդհատ բեկվում է և տարածվում պարաբոլային հետագծով:
4. Փոփոխական բեկման ցուցիչով մթնոլորտում առաջանում են օպտիկական օդատեսիլներ, երբ նվազող բեկման ցուցիչի դեպքում դիտորդից մեծ հեռավորության վրա գտնվող առարկաները թվում են Երկրի մակերևույթից բարձրացած (երբեմն նաև շրջված), իսկ աճող բեկման ցուցիչի դեպքում առարկաները դիտողին թվում են Երկրի մակերևույթի վրա:

DOI: <https://doi.org/10.58726/27382923-2026.1ns-8>

Գրականություն

1. Լանդսբերգ Գ.Ս., Օպտիկա, թարգմ. ռուսերենից, ԵՊՀ հրատ., Երևան, 1973, 997 էջ:
2. Королев Ф. А. Курс физики, оптика, атомная и ядерная физика. Просвещение, 1974, 608 стр.
3. Маркузе Д. Оптические волноводы, пер. с англ, изд. «Мир», Москва, 1974, 289 стр.
4. Поль Р. В. Введение в оптику, пер. с немец., ОГИЗ, Гостехиздат, Москва, 1947, 484 стр.

Образование миражей в атмосфере

Кочарян Вилен

Резюме

Ключевые слова: рефракция, переменный показатель преломления, принцип Ферма, соотношение Эйлера, уравнение траектории светового луча, параболическая траектория

В работе показано, что в тропосфере Земли, где частицы воздуха в основном не заряжены и атмосфера считается диэлектриком с пренебрежимо малым поглощением и с показателем преломления, близким к единице, зависимость показателя преломления воздуха от высоты может быть представлена линейной функцией. Получено уравнение траекторий распространения световых лучей в среде с переменным показателем преломления. Решение этого уравнения показывает, что в атмосфере с показателем преломления, изменяющимся по линейному закону, световые лучи постоянно преломляются и распространяются по параболическим траекториям, и в атмосфере возникают явления рефракций и оптические миражи. В случае уменьшения показателя преломления воздуха с высотой, объекты, находящиеся на большом расстоянии от наблюдателя, кажутся приподнятыми (иногда также перевернутыми) над поверхностью Земли (верхние миражи), тогда как в случае увеличения показателя преломления с высотой (что в основном может иметь место в пустынях), объекты кажутся наблюдателю находящимися на поверхности Земли (нижние миражи).

Formation of Mirages in the Atmosphere

Kocharyan Vilen

Summary

Key words: refraction, variable refractive index, Fermat's principle, Euler's relation, equation of the light ray trajectory, parabolic trajectory

The paper demonstrates that in the Earth's troposphere, where air particles are largely uncharged and the atmosphere behaves as a dielectric with negligible absorption and a refractive index close to unity, the dependence of the refractive index of air on altitude can be approximated by a linear function. An equation is derived for the trajectories of light rays in a medium with a variable refractive index. The solution to this equation shows that in an atmosphere with a linearly varying refractive index, light rays are continuously refracted and propagate along parabolic trajectories, resulting in atmospheric refraction and optical mirages. When the refractive index of air decreases with altitude, objects located at a large distance from the observer appear elevated (sometimes inverted) above the Earth's surface (superior mirages). When the refractive index increases with altitude (as is often the case in deserts), objects appear to be located on the Earth's surface (inferior mirages).

Ներկայացվել է 27. 03. 2026 թ.

Գրախոսվել է 13. 04. 2026 թ

Ընդունվել է սպազորության 27. 05. 2026 թ.